Witold Marciszewski

Racjonalistyczna akceptacja świata zbiorów **wbrew konkretyzmowi Tadeusza Kotarbińskiego**

R: Pewne sądy prawdziwe, niezbędne do poznania świata empirycznego, nie wymagają do swego uzasadnienia sądów obserwacyjnych. Są to sądy rozumowe.[1]

Oto teza racjonalizmu typu platońskiego, który w swej wersji nowoczesnej potrafi dokładniej niż tradycyjny (ten z wieku 17) określić klasę sądów rozumowych, Mianowicie, zalicza do niej w szczególności twierdzenia teorii mnogości, arytmetyki oraz infornatycznej teorii algorytmów. Termin „sądy rozumowe" nawiązuje do wyrażenia Leibniza *verites de raison*. Pogląd sprzeczny z R brzmi, jak następuje.

non-R: *Każdy sąd prawdziwy niezbędny do poznawania świata empirycznego wymaga do swego uzasadnienia sądów obserwacyjnych.*

Czy wolno przypisać ten pogląd ludziom mieniącym się empirystami? O tym muszą sami decydować ci, którzy tak się mienią. Jeśli uczyniłby to zwolennik racjonalizmu (jak obecny autor), mógłby narazić się na zarzut, że ustawia adwersarza w sposób dla siebie dogodny. O ile ktoś mieniący się empirystą nie zaakceptuje sformułowania nie-R jako definicji swego stanowiska, wtedy na niego przejdzie *onus definiendi*.

Istotną pomocą w samookreśleniu się empirysty byłoby nawiązanie do poglądów Tadeusza Kotarbińskiego – jako powszechnie w Polsce znanych i szeroko akceptowanych. To drugie stwarza szansę, że znajdzie się w naszym środowisku pokaźny legion empirystów. o ile się okaże, że Kotarbiński jest odpowiednim dla niego wodzem.

O tym, że jest on szeroko uznawanym autorytetem filozoficznym. Świadczy o tym liczba powołujących się nań jako na swego antenata (choć są topowoływania się raczej ustne; trudniej napotkać studia czy gruntowne artykuły, które by rozwijały myśl Kotarbińskiego). Swiadczy też inicjatywa wydawania jego dzieł wszystkich, popiersia i portrety w czcigodnych murach, ustanowienie nagrody im. Kotarbińskiego w PAN, branie go za patrona przez instytucje edukacyjne.

To wszystko musi mieć żródło w nieprzeciętnym uznaniu dla idei filozoficznych twórcy konkretyzmu i somatyzmu. A są to idee z gruntu przeciwne racjonalizmowi typu platońskiego. Kotarbiński ubolewał nad tendencją ludzkiego umyslu do przypisywania istnienia obiektom abstrakcyjnym takim jak zbiory. Wyrażał przy tym nadzieję (także w powojennych wydaniach *Elementów*), że teoria mnogości załamie się pod ciężarem swych antynomii, co wyleczy ludzi ze skłonności do posługiwania się pojęciem zbioru; na jej gruzach miałaby powstać zdrowa logika, wolna od abstraktów (tj. obiektów abstrakcyjnych), mianowicie ontologia i mereologia Leśniewskego. [2]

Strategia racjonalizmu w odpowiedzi na redukcjonizm Kotarbińskiego

Tadeusz Kotarbiński był umysłem przenikliwym. Jest to wprawdzie inna cnota niż chęć i umiejętność nadążania za najnowszym stanem wiedzy, ale brak tej drugiej nie niweczy pierwszej.

---

[1] Poniższy tekst zawiera wybór zagadnień z obszernego artykułu pod tym samym tytułem (zob. pozycja 1 w spisie treści na stronie głównej).

[2] Zob. *Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk*, PWN, Warszawa 1985 (wg wydania II, 1961), strony 206, 370, 402,

Kotarbiński zdawał sobie sprawę z sukcesów logiki powiązanej z teorią mnogości, toteż próbował oszacować ich wagę. W celu jej pomniejszenia obrał strategię, której nie można odmówić prawomocności, mianowicie pokazywał, na ile można się obejść bez pojęcia zbioru przez redukcję do zdań o indywiduach. Redukcja taka w pewnych przypadakch się udaje, a te cząstkowe sukcesy autor *Elementów* ekstrapolował na pożądany dlań stan przyszły, gdy eliminacja abstraktów byłaby zupełna dzięki temu, że się należycie nad nią popracuje.

Odpowiedzią racjonalizmu jest pokazywanie, w którym punkcie ekstrapolacja taka doznaje załamania. Prześledźmy to starcie się stanowisk na pewnycm przykładzie. Rozważmy typową dla krytyków racjonalizmu propozycję, jak poznawać świat obywając się bez drabiny pojęć abstrakcyjnych. Tej drabiny, której najniższym szczeblem jest pojęcie zbioru, a dalej mamy pojęcia liczby, funkcji, algorytmu etc.

Łatwo tu o proste przykłady, jak ten, że zamiast mówić „zbiór żab zawiera się w zbiorze płazów" mówimy po prostu: „ każda żaba jest płazem". I tak mamy zdanie o indywiduach fizycznych, a nie o takich abstraktach jak zbiory.

Zbadajmy mniej banalny przypadek – zdanie o liczbie planet naszego układu.

egz.1: Zbiór planet ma dokładnie dziewięć elementów.

W potocznej polszczyźnie da się uniknąć słowa „zbiór" bez szkody dla sensu, gdy powiemy zwyczajnie „planet jest dziewięć". Wystąpi tu jednak pojęcie liczby, którego też chcą się pozbyć filozofowie podążający za Kotarbińskim. Logika predykatów pierwszego rzędu ma i na to sposób. Trzeba mieć tylko odpowiedni zasób symboli, mianowicie dziesięć zmiennych indywiduowych, które wystąpią w formule eliminującej zdanie egz.1.

> Trzymając się konwencji, że litery do tego celu bierze się z końca alfabetu, trudno skompletować ich dziesięć, ale poradzimy sobie używając litery „x" z kolejnymi indeksami liczbowymi. Nie znaczy to jednak, że zakładamy arytmetykę, tylko że tą techniką graficzną wytwarzamy w dogodny sposób potrzebny nam zasób symboli.

Teraz sąd wyrażony w egz.1 oddamy w następującej formule, w której „P" jest skrótem predykatu „jest planetą".

egz.1*: $\exists x_1 ... \exists x_9 ((P(x_1) \wedge ... \wedge P(x_9)) \wedge \forall y (P(y) \Rightarrow (y = x_1 \vee ... \vee y = x_9)))$.

Istotnie, udało się nam powiedzieć, że planet jest dziewięć; i nie więcej niż dziewięć, to znaczy, każda dodatkowa (y) musiałaby być identyczna z którąś z wcześniej wymienionych. Udało się to bez wypowiadania niechcianego terminu „zbiór". Ale czy coś podobnego będzie możliwe w następującym przypadku?

egz.2: Zbiór podzbiorów zbioru planet ma 512 elementów.

Mowa tu o zbiorze potęgowym, o którym aksjomat Cantora (w teorii mnogości Zermelo i Frenkla) mówi, że liczba podzbiorów zbioru n-elementowego wynosi 2^n.[3]

Czy aksjomat Cantora i takie jego zastosowania jak egz.2 da się wysłowić bez pojęcia zbioru? Kto twierdziłby, że tak, ma prosty sposób przekonania o swojej racji: podać formułę eliminacyjną

[3] Aksjomat ten jest sądem rozumowym, którego często potrzebujemy w poznawaniu świata. Np. w informatycznej teorii dotyczącej złożoności ważna linia demarkacyjna oddziela algorytmy o złożoności wielomianowej od algorytmów o złożoności wykładniczej. Te drugie, od pewnego progu zlozoności, przestają nadawać się do praktycznego wykorzystania, jako wymagajace nieprzebranych zasobów czasu i pamięci. Prostym przykładem jest złożoność właściwa zbiorowi potęgowemu. Mamy z nią do czynienia już na tak elementarnym poziomie, jak obliczanie ile kroków trzeba wykonać w celu rozstrzygnięcia przy jakim wartościowaniu formuła dwuwartościowej logiki zdań jest spełnialna.

dla egz.2, podobnie jak poprzednio podano egz.1* jako formułę eliminacyjną dla egz.1. Nie będzie to jeszcze argument w całej ogólności, ale może jakiś krok w tym kierunku.

Sądy rozumowe a inne rodzaje sądów

Pojęcie sądów rozumowych wprowadzam tu w nawiązaniu do leibnizjańskiego pojęcia prawd rozumu, ale bez intencji głoszenia, że każdy sąd rozumowy jest prawdziwy (nawet jeśli taka była intencja klasyków racjonalizmu). Fakt, że jakiś sąd nie wymaga do swego uzasadnienia sądów obserwacyjnych (a takie są ex definitione sądy rozumowe). nie stanowi żadnej gwarancji prawdziwości. Wszak negacja sądu rozumowego może być też sądem rozumowym, a oba te zdania nie mogą być naraz prawdziwe. Oto przykład fałszywego sądu rozumowego: „nie dla każdej liczby naturalnej istnieje liczba od niej większa"; brak uzasadnienia przez zdania obserwacyjne ma miejsce także wtedy, gdy sąd jest w ogóle pozbawiony uzasadnienia.

Klasa sądów rozumowych jest opatrywana także innymi nazwami – sądy wrodzone, sądy a priori – z których każda niesie swoiste treści. Czy odmienność treści pociąga w tym przypadku róznice zakresów, czy tylko prowadzi do ukazania elementów jednej i tej samej klasy w różnych aspektach?

Wrodzoność trzeba uznać za cechę innej klasy, krzyżującej się z klasą sądów rozumowych. Za takim stanowiskiem przemawia historia wiedzy; nasi przodkowie jaskiniowi, umiejący liczyć najwyżej do trzech, nie mieli pojęcia o zbiorze potęgowym mocy kontinuum; trudno uznać, żeby ta wiedza była im wrodzona. Ale może jakieś np. intuicje moralne, należące do sądów rozumowych, są wrodzone i wspólne wszystkim istotom rozumnym.

Co do termimu „a priori", ten się dobrze nadaje na określenie sądów rozumowych. Są po temu dwa powody. Jeden to wymieniona w definicji niezależność sądów rozumowych od obserwacyjnych, która stanowi o tym, że te pierwsze zasługują na miano sądów a priori. Są więc one, w porządku uzasadniania (nie koniecznie w sensie genetycznym), nie późniejsze niż sądy wyrażające elementarne dane doświadczenia czyli obserwacyjne.

Żeby uwyraźnić tę cechę przez stosowny kontrast, porównajmy sądy rozumowe z hipotezami empirycznymi, które mają wyjaśniać zaobserwowane fakty. Okoliczność, że hipoteza dobrze je wyjaśnia, czyni z opisujących je sądów obserwacyjnych rodzaj przesłanek, jako że dzięki nim potwierdza się wartość poznawcza danej hipotezy. Sądy rozumowe natomiast nie pozostają w tej ani w żadnej innej zalezności od obserwacyjnych, gdy idzie o porządek uzasadniania. Przejawia się w tym owa wolność, o której Cantor mówił, że jest istotą matematyki.[4]

Jednocześnie, sądy rozumowe są a priori czyli wcześniejsze w stozunku do obserwacyjnych w jeszcze mocniejszym znaczeniu. Chodzi nie tylko o to, że są nie późniejsze, ale że w pewien sposób wyprzedzają i warunkują doświadczenie zmysłowe. Mają więc względem niego priorytet (termin pochodny od „prior"). Typowy przykład stanowią sądy obserwacyjne podające wyniki pomiarów; zakładają one arytmetykę, a więc zbiór sądów rozumowych. Ponadto, każdy sąd obserwacyjny zawiera w sobie akt zaliczenia postrzeganego przedmiotu do jakiejś klasy, założone jest więc w nim jako wcześniejsze pojęcie klasy czyli zbioru.

Sfera sądów rozumowych nie kończy się na matematyce. Występują one w naukach przyrodniczyh (często wymienianym kandydatem jest prawo przyczynowości), jak i w społecznych; np. w ekonomii prawo podaży i popytu, w socjologii sądy Webera o typach idealnych czy Znanieckiego o współczynniku humanistycznym. Zapewne do najważniejszych wyzwań dla metodologii nauk społecznych należy określenie udziału w nich pierwiastka apriorycznego, zarówno tego dla

[4] *Das Wesen der Mathematik liegt gerade in ihrer Freiheit.* Georg Cantor: „Über unendliche, lineare Punktmannigfaltigkeiten", *Mathematische Annalen*, vol 21, 1883.

nich swoistego (jak w powyższych przykładach), jak i tego czerpanego z matematyki np, do celów pomiaru czy do celów modelowania matematycznego.

Odróżniając sądy rozumowe od empirycznych, a do tych drugich zaliczając sądy obserwacyjne i hipotezy, nie musimy obstawać przy poglądzie, że są to obszary całkowicie rozłączne. Nie chodzi o to, że jeden i ten sam sąd należałby jednocześnie do dwóch klas, ale że granice między klasami mogą być nieostre, zwłaszcza gdy zestawiamy różne stadia w ewolucji jakiejś teorii czy dyscypliny. Mamy wtedy do czynienia raczej z uporządkowaniem według stopnia udziału czynnika obserwacyjnego, od jakiegoś minimum do maksimum.

W pewnym stadium udział czynnika obserwacyjnego może osiągnąć minimum równe zeru i tak jest zapewne z aksjomatami arytmetyki czy teorii mnogości. W tym stadium sąd rozumowy ma priorytet absolutny, co znaczy, że w przypadku niezgodności z jakimkolwiek sądem empirycznym zawsze wygrywa sąd rozumowy. Można sobie jednak wyobrazić takie stadium, w którym nawet aksjomat potęgowy, ograniczony do zbiorów skończonych, byłby hipotezą empiryczną, pozwalajacą trafnie przewidywać. ile podzbiorów uzyskamy ze zbioru o danej liczbie elementów.

Ważnym dla zrozumienia ewolucji nauki jest przypadek, gdy hipoteza uzyskując coraz silniejsze potwierdzenia i zyskując na mocy eksplanacyjnej awansuje do kategorii praw nauki. Te zaś w dalszej ewolucji mogą przybliżać się na skali priotytetowości do prawd rozumowych.

Po tych dystynkcjach i porównaniach, teza racjonalizmu zostaje wysubtelniona do postaci bardziej relatywnej. Głosi wtedy, co nastepuje: istnieją takie teorie i takie stadia w ich rozwoju, że pewne sądy uzyskują priorytet absolutny w stosunku do sądów obserwacyjnych. Nie zaklinamy się przy tym, że tak będzie na wieki; utrzymujemy jedynie, że takie jest aktualne stadium naszej wiedzy.

Tak wielostronnie ograniczona teza racjonalizmu jest dla ataków celem niełatwym. Także z racji swej formy logicznej. Zdania egzystencjalnego nie da się obalić przez kontrprzykłady, podczas gdy jego negacja, a tą jest wobec racjonalizmu empiryzm, jest na taki atak podatna. Żeby więc gra była fair, obrońca racjonalizmu powinien się zobowiązać do podania przykładowo przypadków, o których utrzymuje, że są to sądy najbezsporniej rozumowe; a jeśli się wskaże, jakie sądy obserwacyjne mogłyby doprowadzić do ich uzasadnienia lub obalenia, cała koncepcja o istnieniu sądów rozumowych podlegnie podważeniu.

Jako przypadki do tego rodzaju testowania proponuję aksjomaty arytmetyki Peano i aksjomaty teorii mnogości Zermelo-Fraenkla. Oto zadanie domowe dla empirystów, a w szczególności ich radykalnego odłamu spod znaku Tadeusza Kotarbińskiego: przyjechać na VII Polski Zjazd Filozoficzny z rejestrami takich zdań obserwacyjnych, które bądź empirycznie uzasadnią bądź równie empirycznie obalą czy to teorię mnogości czy arytmetykę.

*

Żeby prowadzić wywód w sposób możliwie skoncentrowany, skupiłem się na pojęciu zbioru. pomijając inną ważną płaszczyznę dyskusji z empiryzmem: kwestię, do jakiej kategorii należą sądy dotyczące algorytmów. Podejmuję ten temat w tekście będącym niejako aneksem do obecnego: *Algorytmizm fizykalny a nowoczesny empiryzm*.